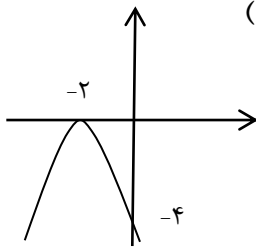




دانش آموز عزیز شما می توانید پاسخنامه امتحان را دو ساعت پس از پایان امتحان در پورتال مدرسه ملاحظه نمایید.

[www.bagheralolum.sch.ir](http://www.bagheralolum.sch.ir)

۱- مجموع صد جمله اول دنباله حسابی ... و ۸ و ۳ و ۲- را بدست آورید (۰/۷۵)

۲- حاصل  $64 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$  را بیابید. (۰/۷۵)۳- معادله درجه دومی بنویسید که ریشه های آن  $4 + \sqrt{2}$  و  $4 - \sqrt{2}$  باشند (۰/۵)۴- شکل مقابل نمودار سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  است. ضابطه آن را بیابید. (۱)۵- نمودار تابع  $f(x) = 2x - \frac{x}{|x|}$  را رسم کنید سپس به ازای  $f(x) = -3$  معادله بدست آمده را به روش

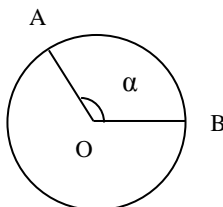
هندسی و جبری حل کنید. (۱)

۶- آیا دو تابع  $f(x) = x + 1$  و  $g(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$  با هم مساویند. چرا؟ (۰/۵)۷- نمودار تابع  $y = -2[x] + 1$  را در بازه  $[-1, 2]$  رسم نموده و برد آن را تعیین کنید. (۱)۸- ضابطه وارون تابع  $f(x) = \frac{1}{4}x - 2$  را پیدا کنید سپس نمودار تابع  $f$  و وارون آن را در یک دستگاه

رسم کنید. (۰/۷۵)

۹- اگر  $f(x) = \frac{2}{x-1}$  و  $g(x) = \frac{4}{x}$  باشد دامنه و ضابطه تابع  $f \circ g$  را بنویسید. (۰/۷۵)۱۰- نمودار تابع  $y = 1 + 2^{-x}$  را رسم کنید و برد آن را بیابید. (۱)۱۱- حاصل عبارت  $\log_5 \sqrt{5} - \log_{\frac{1}{3}} 3\sqrt{3}$  را بدست آورید. (۱)۱۲- معادله لگاریتمی  $\log_3(x - 2) + \log_3(x + 4) = 3$  را حل کنید. (۱)

۱۳- در شکل مقابل مطلوب است: (۰/۷۵)

الف) اندازه زاویه  $\alpha$  برحسب رادیان  $\alpha = 105^\circ$ ب) طول  $\widehat{AB}$ ،  $(r = 24 \text{ mm})$

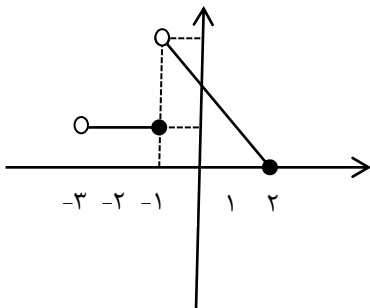
۱۴- ابتدا حاصل ساده شده عبارت زیر را بیابید سپس مقدار آن را به ازای  $\alpha = \frac{\pi}{8}$  بدست آورید. (۱)

$$A = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \sin(\pi - \alpha) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cos(-\alpha)$$

۱۵- نمودار تابع  $y = 1 + \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$  را در یک دوره تناوب رسم کنید و برد آن را تعیین کنید. (۰/۷۵)

۱۶- مقدار  $\sin 105^\circ$  را بدست آورید. (۰/۵)

۱۷- اگر  $\sin \alpha = \frac{4}{5}$  و  $\cos \beta = \frac{-12}{13}$  و انتهای کمان  $\alpha$  در ربع اول و انتهای کمان  $\beta$  در ربع دوم باشد مطلوب است مقدار  $\cos(\alpha - \beta)$ . (۱)



۱۸- با توجه به نمودار تابع  $f$  مقدار هر یک از حدهای زیر را بیابید. (۱)

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} f(x) & \quad \lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \\ \lim_{x \rightarrow 2} f(x) & \quad \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) \end{aligned}$$

۱۹- حدهای زیر را محاسبه کنید. (۱/۲۵)

$$\begin{aligned} \text{الف) } \lim_{x \rightarrow 9} \frac{2 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 5} = & \quad \text{ب) } \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos x}{1 + \sin x} = \end{aligned}$$

۲۰- اگر  $f(x) = [\sqrt{x}] + [x^2]$  باشد مقدار  $\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{\sqrt{x}-2}{4-x}$  را بدست آورید. (۰/۵)

۲۱- هر یک از حدهای زیر را حساب کنید. (۲/۲۵)

$$\begin{aligned} \text{الف) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2}{1 + \cos 2x} = & \quad \text{ب) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{4 - x} = & \quad \text{پ) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{3x + 6} = \end{aligned}$$

۲۲- در تابع زیر مقدار  $a$  و  $b$  را طوری تعیین کنید که تابع پیوسته باشد. (۱)

$$f(x) = \begin{cases} a + |2 - x| & ; x < 1 \\ 2b - 4 & ; x = 1 \\ -x^2 + 3 & ; x > 1 \end{cases}$$

پاسخنامه حسابان - فرورد ۹۷

$-r, r, \lambda, \dots \rightarrow a_1 = -r, d = 0$  (۱)

$S_n = \frac{n}{r} [ra_1 + (n-1)d] \Rightarrow S_{100} = \frac{100}{r} [r(-r) + (99)(0)] = 0 \cdot x \neq 91 = 24500$

$S_n = \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{r} + \frac{1}{r} + \dots + r$   $\rightarrow a_1 = \frac{1}{\lambda}, q = r, n = 10$  (۲)

$S_n = a_1 \times \frac{1-q^n}{1-q} \Rightarrow S_{10} = (\frac{1}{\lambda}) \times \frac{1-r^{10}}{1-r} = \frac{1}{\lambda} \times 10 \cdot r^9 = \frac{10 \cdot r^9}{\lambda}$

$S = (f + \sqrt{f}) + (f - \sqrt{f}) = \lambda$  (۳)

$P = (f + \sqrt{f})(f - \sqrt{f}) = f^2 - (\sqrt{f})^2 = 19 - 2 = 17$

$x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - \lambda x + 17 = 0$

$y = a(x-x')(x-x'')$

$y = a(x - (-r))(x - (-r)) \Rightarrow y = a(x+r)^2$  (۴)

$(\dots, -r) \Rightarrow -f = a(-r+r)^2 \Rightarrow fa = -f \Rightarrow a = -1$

$f(x) = rx - \frac{x}{|x|} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} rx-1, & x > 0 \\ rx+1, & x < 0 \end{cases}$  (۵)

$\begin{cases} y = -r \\ y = rx+1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} rx+1 = -r \\ rx = -r-1 \end{cases} \Rightarrow x = -2$  (۶)

$D_f = \mathbb{R}, D_g = \mathbb{R} - \{1\} \Rightarrow D_f \neq D_g$

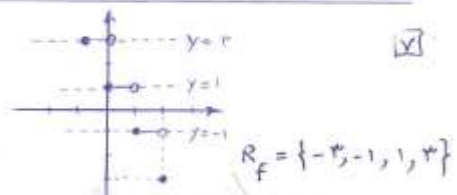
(رنگ) f و g ساری نیستند

$-1 \leq x < 0 \Rightarrow [x] = -1 \Rightarrow y = r$

$0 \leq x < 1 \Rightarrow [x] = 0 \Rightarrow y = 1$

$1 \leq x < 2 \Rightarrow [x] = 1 \Rightarrow y = -1$

$x = 2 \Rightarrow y = -r \Rightarrow (r, -r)$  نقطه



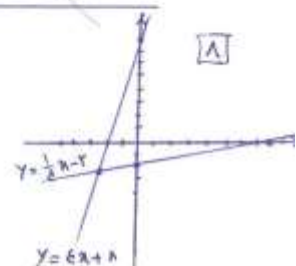
$y = \frac{1}{\epsilon} x - r \xrightarrow{\text{تبدیل}} x = \frac{1}{\epsilon} y - r$  (۸)

$\begin{matrix} x & | & \epsilon \\ \hline & | & -r \\ & | & -1 \end{matrix}$

$\frac{1}{\epsilon} y = x + r$

$y = \epsilon x + \epsilon r$

$f^{-1}(x) = \epsilon x + \epsilon r$



خرداد ۹۷ - پاسفام حسابان

$$f(x) = \frac{r}{x-1} \rightarrow D_f: x \neq 1$$

$$g(x) = \frac{f}{x} \rightarrow D_g: x \neq 0$$

$$D_{f \circ g} = \{x | x \in D_g, g(x) \in D_f\} = \{x | x \neq 0, \frac{f}{x} \neq 1\} = \mathbb{R} - \{0, f\}$$

دانه

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f\left(\frac{f}{x}\right) = \frac{r}{\frac{f}{x}-1} = \frac{r}{\frac{f-x}{x}} = \frac{rx}{f-x}$$

ضابطه

x	...	-r	-1	0	1	...
$y = 1 + (\frac{r}{f})x$	...	0	r	r	$\frac{f}{r}$	...



$$R_f = (1, +\infty)$$

10

$$\log_a \sqrt{a} - \log_{\frac{1}{r}} r\sqrt{r} = \log_a a^{\frac{1}{2}} - \log_{r^{-1}} r^{\frac{3}{2}} = \frac{1}{2} \log_a a - \frac{\frac{3}{2}}{-1} \log_r r = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 2$$

11

$$\log_r (x-r) + \log_r (x+r) = 3$$

$$\log_r (x-r)(x+r) = 3 \Rightarrow (x-r)(x+r) = r^3$$

$$x^2 + rx - r - r^3 = 0$$

$$x^2 + rx - r^3 = 0 \Rightarrow (x+r)(x-r) = 0$$

ع.ج.ع  
x = -r

x = 0

$$\sin(\frac{D}{180}) = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{180}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow R = \frac{\pi}{180}$$

12

$$\alpha = \frac{AB}{r} \Rightarrow AB = \alpha \cdot r = \frac{\pi}{180} \times 180 = 180 \text{ mm}$$

$$A = \sin\left(\frac{\pi}{r} - \alpha\right) \sin(\pi - \alpha) - \cos\left(\frac{\pi}{r} + \alpha\right) \cos(-\alpha)$$

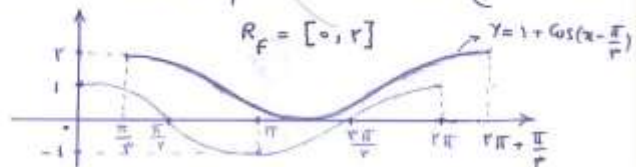
13

$$A = \cos \alpha \cdot \sin \alpha - (-\sin \alpha) \cdot \cos \alpha = \sin \alpha \cos \alpha + \sin \alpha \cos \alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$A = \sin 2\alpha \Rightarrow A = \sin \frac{2\pi}{180} = \sin \frac{\pi}{90} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

14) نمودار تابع  $y = \cos x$  را به اندازه  $\frac{\pi}{r}$  روی محور x ها به سمت راست و یک واحد به سمت بالا انتقال می دهیم.

x	0	$\frac{\pi}{r}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{r}$	$2\pi$
$y = \cos x$	1	0	-1	0	1



$$\sin 105^\circ = \sin(75^\circ + 30^\circ) = \sin 75^\circ \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \cos 75^\circ$$

15

$$= \frac{\sqrt{6}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{18}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{9} + \sqrt{2}}{2}$$

خرداد ۹۷ - پانزدهم صابون

$$\cos \alpha = +\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5} \quad [17]$$

$$\sin \beta = +\sqrt{1 - \cos^2 \beta} = \sqrt{1 - \left(\frac{-12}{13}\right)^2} = \sqrt{\frac{25}{169}} = \frac{5}{13}$$

$$\begin{aligned} \cos(\alpha - \beta) &= \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \\ &= \frac{3}{5} \times \frac{-12}{13} + \frac{4}{5} \times \frac{5}{13} = \frac{-36}{65} + \frac{20}{65} = \frac{-16}{65} \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 1 \quad \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = 3 \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2 \quad \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \text{وجود ندارد} \quad [18]$$

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos x}{1 + \sin x} = \frac{\cos \pi}{1 + \sin \pi} = \frac{-1}{1+0} = -1 \quad [19]$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 9} \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 9} = \frac{9 - \sqrt{9}}{\sqrt{9} - 9} = \frac{9 - 3}{3 - 9} = -\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 5^-} [\sqrt{x}] + [x^2] = [\sqrt{5^-}] + [(5^-)^2] = 1 + 10 = 11 \quad [20]$$

↳ [5^-] + [25^-]

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x + 2} = \frac{0}{0} \quad \text{پس} \quad \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x-2)(x+2)}{x+2} = \lim_{x \rightarrow -2} (x-2) = -2 - 2 = -4 \quad [21]$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4} = \frac{0}{0} \quad \text{پس} \quad \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4} \times \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 2} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - 4}{(x-4)(\sqrt{x} + 2)} = \frac{-1}{2+2} = -\frac{1}{4}$$

$$\text{ج) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{1 + \cos 2x} = \frac{0}{0} \quad \text{پس} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{2 \sin^2 x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f}{2} \times \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{\sin x}\right)^2 = \frac{f}{2} \times 1 = \frac{f}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} a + |1 - x| = a + 1 \quad \text{موجب} \quad [22]$$

$$f(1) = rb - f \quad \text{مقدار تابع}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} (-x^r + r) = -(1)^r + r = r \quad \text{مقدار حد}$$

$$\begin{aligned} \text{موجب} = \text{مقدار حد} = \text{مقدار تابع} \\ a + 1 = r = rb - f \Rightarrow \begin{cases} a + 1 = r \Rightarrow a = 1 \\ rb - f = r \Rightarrow b = 3 \end{cases} \end{aligned}$$